DIFFRAZIONE 3

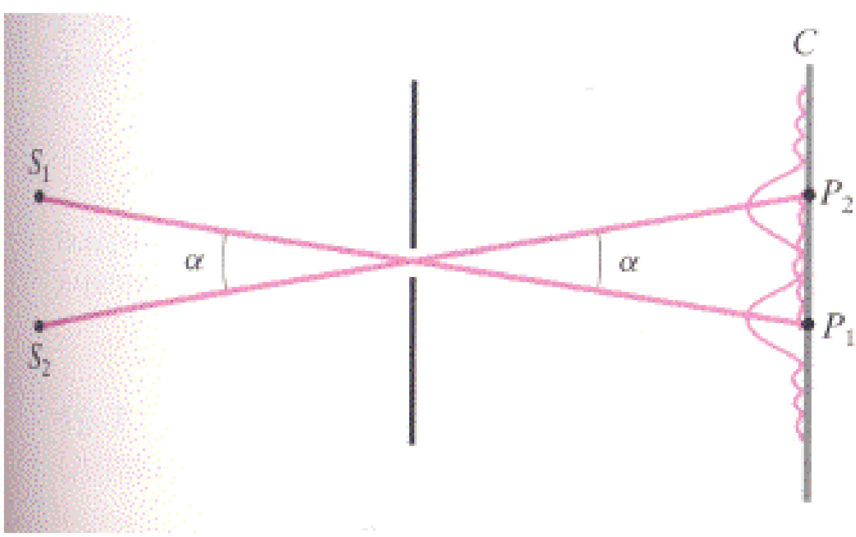
Consideriamo adesso alcune implicazioni del fenomeno della diffrazione sull'utilizzo degli strumenti ottici.

Un fattore da tenere sempre presente quando si osservano dei fenomeni ottici e' che le apparecchiature impiegate hanno dimensioni limitate. L'occhio ha una apertura limitata, gli obiettivi dei telescopi e dei microscopi hanno diametri relativamente piccoli, il funzionamento di un reticolo di diffrazione e' basato sul passaggio della luce attraverso delle fenditure, ...

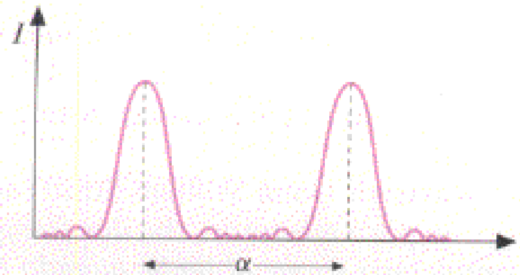
Come conseguenza SOLTANTO UNA PARTE LIMITATA DEL FRONTE D'ONDA INCIDENTE SU UNO STRUMENTO VIENE TRASMESSA E QUINDI INTERVENGONO SEMPRE DEI FENOMENI DI DIFFRAZIONE, PIU' O MENO MARCATI, CHE POSSONO LIMITARE LE PRESTAZIONI DELLO STRUMENTO IN USO.

POTERE RISOLUTIVO DI UN DIAFRAMMA RETTANGOLARE

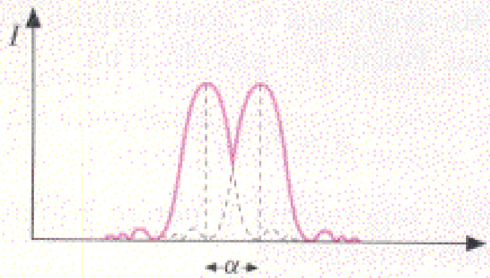
Come esempio introduttivo, due sorgenti di luce incoerente S1 e S2 vengano osservate attraverso un diaframma rettangolare. La distanza tra sorgenti e diaframma e quella tra diaframma e lo schermo di osservazione siano molto grandi e i raggi di luce che provengono da S1 e S2 passanti attraverso il diaframma formino un angolo α . In questa situazione sullo schermo si formano due figure di diffrazione i cui centri sono separati sotto l'angolo α , come illustrato nella figura sottostante.



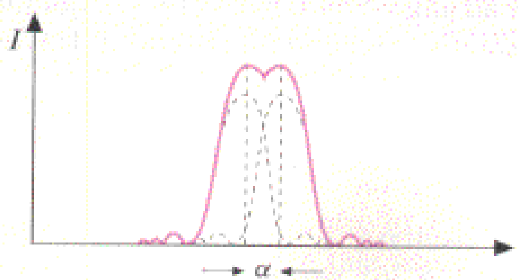
Nella figura seguente sono schematizzate le diverse condizioni che possono verificarsi per le frange di diffrazione.



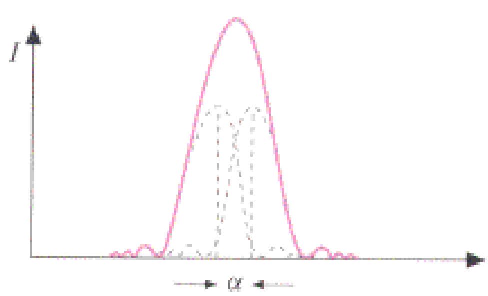
(a) $\alpha >> \theta_1$



(b) $\alpha = 1.5\,\theta_1$



(c) $\alpha = \theta_1$



(d) $\alpha = 0.5\,\theta_1$

Le curve tratteggiate rappresentano le distribuzioni di intensita' che ciascuna sorgente produrrebbe da sola, mentre le curve continue corrispondono al caso in cui le due sorgenti agiscono contemporaneamente.

I diversi casi mostrati nella figura indicano che e' possibile distinguere (risolvere) le due sorgenti se $\alpha \geq \theta_1$, dove θ_1 e' l'angolo, con vertice nella fenditura, dal centro del massimo principale della figura di diffrazione al primo minimo.

Nel caso $\alpha = \theta_1$, caso c) in figura, l'intensita' al centro della figura di diffrazione e' circa l'80% dell'intensita' massima e l'occhio umano o la lastra fotografica sono generalmente sensibili a un tale cambiamento di intensita', cioe' riescono ancora a distinguere due sorgenti luminose. E' soltanto per valori ancora inferiori di α che, in seguito alla sovrapposizione dei due sistemi di frange, non e' piu' possibile distinguere le due sorgenti.

CRITERIO DI RAYLEIGH

Esiste un criterio, un poco arbitrario, per stabilire quando due frange possono essere considerate risolvibili:

DUE FRANGE POSSONO CONSIDERARSI RISOLTE AL LIMITE QUANDO IL MASSIMO CENTRALE DI UNA DELLE FIGURE DI DIFFRAZIONE COINCIDE CON IL PRIMO MINIMO DELL'ALTRA (caso c) della figura).

Per un'apertura rettangolare, allora, il criterio di Rayleigh fissa la condizione:

$$\sin(\alpha) = \sin(\theta_1) = \sin(\frac{\lambda}{d})$$

che, per angoli piccoli, si puo' semplificare a $\boxed{\alpha = \theta_1 \approx \frac{\lambda}{d}}$.

Questo angolo minimo viene detto POTERE RISOLUTIVO DELLA APERTURA RETTANGOLARE. Esso rappresenta il piu' piccolo angolo che possono formare i raggi emessi dalle sorgenti luminose quando passano attraverso la fenditura affinche' i massimi principali di diffrazione sullo schermo di osservazione possano essere risolti. Tanto piu' piccolo l'angolo α , tanto maggiore il potere risolutivo dello strumento.

POTERE RISOLUTIVO DI UN DIAFRAMMA CIRCOLARE

Consideriamo ora il caso di un diaframma circolare. Nel caso di una apertura circolare di raggio a, come visto in precedenza, si ha:

$$\sin(\alpha)=\sin(\theta_1)=1.22\frac{\lambda}{(2a)}$$

ovvero, ancora per angoli piccoli, $\boxed{\alpha=\theta_1\approx 1.22\frac{\lambda}{(2a)}}$.

Si vede, in questo caso, che quanto piu' grande il diametro 2a della apertura circolare tanto minore risulta l'angolo α . Corrispondentemente lo strumento risolve (cioe' vede come distinti) due sorgenti ad angoli piccoli, cioe' il potere risolutivo e' maggiore.

Il potere risolutivo dell'occhio e' determinato dalle dimensioni della pupilla. Il diametro di questa vale 2a = 2mm circa, per cui, se si considera una radiazione luminosa verde, con lunghezza d'onda $\lambda=560\,nm$ (prossima al massimo della sensibilita' dell'occhio umano) il potere risolutivo dell'occhio risulta:

$$\alpha=\theta_1\approx 1.22\frac{(560\cdot 10^{-9}m)}{(2\cdot 10^{-3}m)}=0.00034\,rad=0.02\,gradi\sim 1'$$

Questo vuole dire che due punti luminosi distanti distanti L=100 m dall'occhio verranno visti come separati se essi distano tra di loro almeno

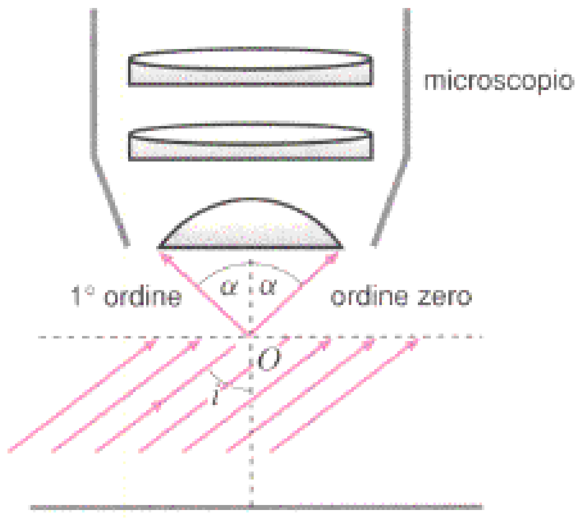
$$D\approx\alpha\cdot L=0.00034\cdot 100\,m=0.034\,m=3.4\,cm$$

Siccome la distanza tra la cornea e la retina e' di circa L1=25 mm, questo vuole anche dire che l'immagine che un punto geometrico dell'oggetto visto entro α formera' sulla retina un'immagine con un diametro di circa:

$$DD\approx\alpha\cdot L1=0.00034\cdot 25\cdot 10^{-3}m=8\cdot 10^{-6}m=8\,\mu m$$

POTERE RISOLUTIVO DI UN MICROSCOPIO

Il potere risolutivo di un microscopio e' definito come la minima distanza lineare tra due punti che permette di ancora di distinguerli con lo strumento. Nel caso del microscopio la dimensione della fenditura circolare e' data dal raggio della prima lente del dispositivo e la minima distanza lineare resta legata all'angolo α sotto cui tale lente vede la minima distanza, come individuato nella figura sottostante.



Il POTERE RISOLUTIVO DEL MICROSCOPIO risulta allora dato da:

$$\boxed{d = \frac{\lambda}{(2 \operatorname{sen} \alpha)}}$$

ovvero, se il campione e la lente frontale dell'obiettivo sono immerse in olio,

$$d = \frac{\lambda}{(2 n \operatorname{sen} \alpha)}$$

dove n e' l'indice di rifrazione dell'olio. Si vede come, in questo ultimo caso, la risoluzione dello strumento risulti essere maggiore rispetto a quando il campione e' in aria.

POTERE RISOLUTIVO CROMATICO DI UN RETICOLO DI DIFFRAZIONE

Si consideri una luce bicromatica, contenente le lunghezze d'onda λ e λ' incidente su un reticolo di diffrazione con N fenditure e passo p. Secondo il criterio di Rayleigh la situazione limite di risoluzione per le due lunghezze d'onda si verifica quando un massimo principale della luce con lunghezza d'onda λ coincide con il primo minimo per λ'. Se $\Delta\lambda$ e' la corrispondente differenza tra λ e λ', il POTERE RISOLUTIVO CROMATICO e', per definizione:

$$R = \frac{\lambda}{(\Delta \lambda)}$$

In base al criterio di Rayleigh, si ricava, per il reticolo:

$$\boxed{R = Nm}$$

Il potere risolutivo, come la dispersione D di un reticolo, cresce all'aumentare dell'ordine di diffrazione m. A differenza della dispersione, R dipende dal numero di fenditure N, ma non dalla loro distanza p. Per avere il massimo potere risolutivo cromatico dobbiamo scegliere un reticolo con un gran numero di fenditure. Dato il passo p delle fenditure, il reticolo di elevata lunghezza totale (Np) realizza un alto potere risolutivo, cioe' produce righe spettrali piu' nitide perche' piu' strette, anche se separate da un angolo non elevato. La dispersione, ricordiamo, dipende, invece dal passo del reticolo: $D=\frac{m}{(p\cos\theta_m)}$