

Capitolo VI

Prima metà dell'Ottocento

Suddividere l'Ottocento in due metà non ha ovviamente alcuna connotazione storica, si tratta semplicemente di evitare di affastellare troppi personaggi in un solo capitolo. Si può comunque notare che la metà del secolo vide un temporaneo riaffermarsi della Reazione in Europa, escludendo Gran Bretagna e regno Sardo. La suddivisione è viceversa simbolica per la Francia: il Settecento si era chiuso col Colpo di Stato del 18 Brumaio (9 Novembre 1799) mentre un nipote del Primo Console portò a termine il suo colpo il 2 Dicembre 1851. Nessuno, salvo errore, degli autori che prenderemo in considerazione prese una qualche parte ai moti rivoluzionari del '48 – 49.

Furono diversi i matematici e fisici europei che si occuparono nella prima metà dell'Ottocento dei problemi legati alla formazione delle immagini da parte di diottri ed alle aberrazioni delle lenti. L'importanza e la bellezza di queste trattazioni sta talvolta essenzialmente nelle loro formulazione analitica, difficile in se stessa e difficile da riassumere a parole. Ricordiamo solamente le figure di studiosi i cui contributi, di carattere teorico oppure pratico, ci sembrano decisamente importanti.

Karl Friedrich **Gauss** (Braunschweig, 1777, † Göttingen, 1855) , *Princeps Mathematicorum*, era dell'opinione che "... tutte le misurazioni di questo mondo non raggiungono il valore di un solo teorema che faccia fare un significativo passo avanti nella maggiore

delle nostre scienze”, che per Gauss era ovviamente la matematica. Tuttavia dedicò moltissimo tempo ad osservazioni e studi di astronomia e preferì (1807-1848) la direzione dell'osservatorio di Göttingen, carica che gli permetteva di avere pochissimi allievi ben selezionati, ad una cattedra di matematica che implicava un carico didattico molto maggiore. Oltre che di astronomia, si occupò intensamente anche di ottica - fisica e di elettricità e magnetismo. Nella seconda parte della sua vita (post 1830) accentuò l'interesse per discipline non propriamente matematiche. Studiò il magnetismo terrestre e progettò strumenti per misure di magnetismo e geodesia. Si interessò addirittura di capillarità e di telegrafia, collaborando (1833 - 34) con W. Weber.

Una sistematica indagine sulla formazione delle immagini da *sistemi diottrici* centrati è dovuta a Gauss che mise in evidenza come per eliminare l'aberrazione da sfericità, e le altre aberrazioni a quella legate, sia necessario ridursi all'impiego di fasci di raggi poco inclinati rispetto all'asse del sistema, (*Dioptrische Untersuchungen* , 1840). Come detto in tutte le trattazioni semplificate di ottica geometrica, per avere un sistema che sia ortoscopico e stigmatico è necessario lavorare *con l'approssimazione di Gauss* .

Tra i contributi matematici vi è una relazione molto importante fra integrali estesi ad un dominio, es. un volume, e integrali estesi alla frontiera del medesimo, es. la superficie del volume. Il teorema di Gauss trovò larga applicazione nella trattazione dei campi magnetico ed elettrico; nella forma che ci interessa esso si può scrivere:

$$\int_V \operatorname{div} \mathbf{H} \, dv = \int_V d\varphi = \int_S \mathbf{H} \cdot d\boldsymbol{\sigma} \quad . \quad (1)$$

Esso lega quindi il flusso φ del vettore \mathbf{H} uscente da una superficie chiusa S con la somma dei flussi uscenti dai volumi elementari dv del volume racchiuso da S . Indicando con \mathbf{N} il versore *uscente* da S la (1) si può riscrivere:

$$\int_V \operatorname{div} \mathbf{H} \, dv = \int_S \mathbf{H} \cdot \mathbf{N} \, d\sigma = \int_S H_n \, d\sigma \quad . \quad (2)$$

Un'applicazione della (2), necessaria per la derivazione delle relazioni di Maxwell, va scritta :

$$\int_S E_n d\sigma = \int_V \rho dv \quad , \quad (3)$$

dove ρ è la densità di carica elettrica nel volume V , E_n è la componente del vettore intensità elettrica \mathbf{E} orientato verso l'esterno della superficie S che racchiude V .

Probabilmente Gauss ha derivato il teorema per interesse puramente matematico; esso però era stato dimostrato per scopi applicativi da G. Green (1793 – 1841) in un saggio del 1828 su elettricità e magnetismo, *Essay on the application of mathematical analysis to the theories of electricity and magnetism*, in cui introduceva tra l'altro la nozione ed il termine di *potenziale*. Il lavoro, pubblicato privatamente a Nottingham, fu completamente ignorato dai matematici e venne riscoperto da Kelvin solo nel 1846! ma nel frattempo Gauss lo aveva ridimostrato per suo conto. L'aneddoto è riportato in [7], pag. 618 ed anche da Maxwell all'art. 16 del suo *Treatise* [14]. Per inciso, un altro teorema derivato a scopi applicativi è la relazione del fisico-matematico G. G. Stokes (1819 – 1903) , anch'essa di frequente impiego in elettromagnetismo, che trasforma un integrale di linea in un integrale di superficie :

$$\int_S \text{rot } \mathbf{H} d\mathbf{S} = \int_s \mathbf{H} ds \quad . \quad (4)$$

La relazione vale per qualunque superficie S avente s per contorno poichè $\text{rot } \mathbf{H}$ è sempre solenoidale, $\text{div rot } \mathbf{H} = 0$. Green e Stokes vanno annoverati tra i fondatori dell'elettromagnetismo. Laplace (1782) aveva generalizzato il concetto di potenziale, forse introdotto per primo da Lagrange, definendolo come una funzione $f (x_1 , x_2 , x_3)$ la cui derivata direzionale in un punto qualsiasi di un campo *vettoriale* coincide colla componente dell'intensità del campo lungo la direzione data. Gauss, Green e Stokes approfondirono le applicazioni del potenziale ai campi elettrici e magnetici.

Gauss arrivò ad una generalizzazione delle coordinate cartesiane, che permette la trattazione matematica di un qualsivoglia continuo, introducendo coordinate (curvilinee nel caso bidimensionale) che permettono di definire la distanza tra due punti mediante relazioni del tipo :

$$ds^2 = g_{11} dx_1^2 + 2 g_{12} dx_1 dx_2 + \dots + g_{44} dx_4^2 \quad , \quad (5)$$

nel caso di un continuo quadridimensionale, dove i g_{ij} sono funzioni delle coordinate (in un continuo " euclideo" la relazione si semplifica in $ds^2 = dx_1^2 + dx_2^2 + dx_3^2$). Questo contributo di Gauss troverà applicazione nella teoria della relatività.

È possibile che esistano altri contributi di Gauss alle discipline sperimentali non ancora editi : i lavori inediti di Gauss (come quelli di Newton un secolo prima) rimasero incombenti come una spada di Damocle sui matematici dell'Ottocento (Boyer, [7]). Al contrario di altri illustri matematici, Gauss non si fregiò di alcun titolo nobiliare; quello attribuitogli all'inizio del Capitolo gli fu tributato dai colleghi ed è legato solo alla sua fama.

Augustin-Louis **Cauchy** (Parigi, 1789, † Sceaux, Seine, 1857) , all'opposto di alcuni matematici di cui abbiamo fatto conoscenza più sopra, tenne un contegno rigorosamente coerente per tutta la vita. Conservatore e fedele seguace dei Borboni (era stato creato barone da Carlo X), rifiutò di prestare giuramento al moderatissimo Luigi Filippo ed andò volontariamente in esilio prima in Svizzera (1830), poi a Torino (1831 - 33) ed infine a Praga (1833 - 38); tornò finalmente a Parigi nel '38, ma riebbe una cattedra universitaria solo nel 1848 (i Napoleonidi gli piacevano più degli Orlèans ?). Egli fu pressochè coetaneo di Arago e Fresnel, ma tuttavia del secondo si può considerare un perfezionatore e continuatore anche se così dicendo non si vogliono assolutamente stabilire delle graduatorie da concorsi universitari.

Nel caso di Cauchy le ricerche di tipo applicativo sono piuttosto concentrate negli anni giovanili. Si occupò di elasticità e di meccanica

celeste, contemporaneamente a Simèon-Denis Poisson (1781-1840), anche lui barone (coi Borboni) e poi senatore (con Luigi Filippo).

All'opposto di Gauss , Cauchy pubblicava subito i suoi risultati ed infatti pubblicò moltissimo: la sua opera omnia, *Œuvres complètes de Cauchy* , fu pubblicata tra il 1882 ed il 1932 e comprende 25 volumi!

Cauchy si occupò di tutti gli aspetti dell'ottica fisica investigando il comportamento dei mezzi trasparenti ed assorbenti, isotropi ed anisotropi, tra il 1815 e il 1825 quando pubblicò la memoria *Sur la propagation des ondes à la surface d'un liquide pesant, d'une profondeur indéfinie* sul Journal de l'École Polytechnique; in quegli anni aveva pubblicato diversi lavori basati sull'ipotesi ondulatoria. Complessivamente trattò quasi tutti gli argomenti di Fresnel, in forma più metodica e rigorosa. Ciò non toglie nulla alla figura di Fresnel; senza i lavori sperimentali e non di Young e Fresnel, Cauchy cultore d'ottica sarebbe difficilmente concepibile, come Maxwell senza Faraday. Studiando i problemi connessi con la interazione di onde in mezzi assorbenti (**1825**) arrivò a concludere che ampiezza e fase di una vibrazione luminosa sono qui interdipendenti. I due componenti del vettore elastico, di un onda incidente polarizzata linearmente, parallelo e perpendicolare al piano di incidenza, non solo vengono riflessi in proporzioni diverse (ved. relazioni di Fresnel V, (3) per mezzi trasparenti), ma acquistano una differenza di fase $\Delta(\varphi)$ funzione dell'angolo di incidenza e quindi l'onda riflessa è in genere polarizzata ellitticamente. Cauchy dedusse che l'indice di rifrazione va generalizzato in forma complessa : $n = (v - iK)$, dove v è la parte reale, ma *non* è l'equivalente dell'indice di una sostanza trasparente, K è il *coefficiente di assorbimento*. Dalla legge di Cartesio per mezzi trasparenti si ha successivamente :

$$\sin (i) = n \sin (r) ; \quad n \cos (r) = \sqrt{ [n^2 - \sin^2 (i)] } ; \quad (6)$$

introducendo la notazione complessa per ambo i membri della (6), si può scrivere :

$$p - iq = \sqrt{[(v - iK)^2 - \text{sen}^2(i)]} , \quad (6')$$

dove p e q sono dei parametri. Il loro significato si deduce eguagliando le parti reali ed immaginaria dei due membri della (6') :

$$p^2 - q^2 = v^2 - K^2 - \text{sen}^2(i) , \quad 2pq = 2vK . \quad (6'')$$

Dalle (6'') si possono ricavare p e q in funzione di v e K per un dato (i); è chiaro che la parte reale, v , dell'indice di Cauchy non è semplicemente l'indice di Cartesio – Snell.

Si devono anche generalizzare le relazioni di Fresnel. Il rapporto tra l'ampiezza riflessa e quella dell'onda incidente rimane una funzione complessa anche per incidenza ortogonale; moltiplicandola per la complessa coniugata si ottiene il quadrato del modulo, rapporto tra intensità (potere riflettente). Queste relazioni sono di importanza fondamentale nello studio microscopico in luce riflessa di fasi con K elevato. Può talvolta essere conveniente usare il valore $\chi = K / v$, che diventa : K / n , per i mezzi trasparenti. A proposito di queste notazioni non si può fare a meno di rilevare un patetico rispetto per l'autorità e l'amor patrio. Poichè il sommo Cauchy così aveva scelto, gli autori francesi, soli fra tutti, indicano con χ , *indice d'extinction*, il coefficiente K e invece con K, *coefficient d'absorption* , il χ !

Comunque, detto K il coefficiente di assorbimento come tutti fanno, ed A , A^r le ampiezze di onda incidente e riflessa in aria, in formule abbiamo:

$$\frac{A_r}{A} = \rho e^{i(\phi)} = \frac{(n-1) + iK}{(n+1) + iK} , \quad (7)$$

e moltiplicando per la complessa coniugata :

$$\frac{(A_r)^2}{(A)^2} = R = \frac{(n-1)^2 + K^2}{(n+1)^2 + K^2} . \quad (8)$$

Il valore di R , dato dalla (7) può dipendere marcatamente da λ ed i valori di K predominano su quelli di n come si può verificare facilmente

introducendo valori numerici. Nel caso di cristalli anisotropi bisogna introdurre nella (7) i valori corrispondenti alle due direzioni di vibrazione per incidenza ortogonale e si ha ad esempio :

$$R_{\omega} = \frac{(n_{\omega} - 1)^2 + K_{\omega}^2}{(n_{\omega} + 1)^2 + K_{\omega}^2} \quad , \quad R_{\epsilon'} = \frac{(n_{\epsilon'} - 1)^2 + K_{\epsilon'}^2}{(n_{\epsilon'} + 1)^2 + K_{\epsilon'}^2} \quad . \quad (9)$$

Se il vettore luminoso forma un angolo qualsiasi con il piano di incidenza, ad es. un angolo (ψ) colla traccia $\omega \dashrightarrow \omega$, la prima e la seconda delle (9) andranno moltiplicate per $\cos^2(\psi)$ e $\sin^2(\psi)$ rispettivamente.

All'epoca di Fresnel e Cauchy non si conosceva quasi nulla sulle strutture dei solidi e si parlava genericamente di "riflessione metallica" per valori elevati del potere riflettente e quindi dei coefficienti di assorbimento. I metalli hanno un potere riflettente molto elevato in sezioni ben lucidate e la proprietà è naturalmente legata al legame metallico; la struttura dei metalli e la loro configurazione elettronica verranno elucidate completamente nel secolo XX ed il loro comportamento ottico inquadrato nella teoria elettromagnetica. Ci sono però molti composti, minerali e sintetici, con R elevato la cui struttura non è quella dei metalli; non è stata sinora possibile una correlazione sicura tra potere riflettente e i diversi tipi di strutture presentate da solfuri ed ossidi, però si è arrivati lo stesso a chiarire il loro comportamento in luce riflessa (ved. Cap. XII). Vi è infine un terzo caso di riflessione con R elevatissimo, anzi del 100%, vale a dire la riflessione totale che si verifica alla superficie di separazione tra due mezzi quando un raggio vi arriva sotto un angolo di incidenza maggiore dell'angolo limite. Il fenomeno verrà chiarito nell'ambito dell'ottica elettromagnetica con risultati un poco sorprendenti (vide *infra* pagg. 90 - 91). Esso non può ricadere nelle formule (3) del Capitolo precedente poichè queste sono derivabili nell'ipotesi che esista un'onda riflessa ed un'onda rifratta. Vi è però una certa analogia con la riflessione metallica poichè un conduttore ideale avrebbe $R = 100\%$.

Cauchy è senz'altro da ritenersi il fondatore della microscopia in

luce riflessa, mentre per i cristalli anisotropi trasparenti portò contributi alla delucidazione delle applicazioni della quadrica degli indici; l'ellissoide degli indici è infatti stato anche detto ellissoide di Cauchy. Tra il 1830 ed il 1836 arrivò a formulare l'espressione della *dispersione degli indici di rifrazione* in funzione di λ . La nota relazione è :

$$n - 1 = A_i \left(1 + B_i / \lambda^2 + C_i / \lambda^4 + \dots \right) \quad , \quad (10)$$

dove A, B, C sono costanti caratteristiche del mezzo i cui valori diminuiscono molto rapidamente e la serie si può troncare al primo termine. La formula vale solo per mezzi trasparenti, incolori ed isotropi.

In confronto a Fresnel, Cauchy fu indubbiamente più rigoroso nelle trattazioni analitiche come possiamo aspettarci da un grande matematico. Il pio Cauchy, così rigoroso e metodico, doveva però soffrire di pericolose distrazioni come lasciano sospettare due episodi riguardanti gli sfortunatissimi Niels H. Abel (1802 - 1829) ed Èvariste Galois (1811 - 1832).

Nel 1826 Abel, poverissimo, che era a Parigi alla ricerca di un incarico universitario, affidò a Cauchy il manoscritto di un ampio trattato sugli integrali ellittici, affinché lo esaminasse e lo valutasse. Cauchy invece lo smarrì ed Abel morì di tubercolosi nel '29, proprio due giorni prima che gli giungesse comunicazione della nomina a professore di matematica presso l'università di Berlino. Messo alle strette da Carl G. Jacob Jacobi, Cauchy ritrovò improvvisamente (nel 1831) il manoscritto che fu pubblicato, per interessamento di Jacobi e del Governo Norvegese-Svedese solo nel 1841 dall'Institut.

Nel 1818 Galois, a soli 17 anni, affidò a Cauchy un manoscritto illustrante una prima stesura delle sue scoperte riguardanti i criteri di risolubilità delle equazioni di 5° grado basati sul'applicazione di gruppi matematici da Galois stesso introdotti. Cauchy smarrì anche questo manoscritto e non lo ritrovò più. Per fortuna Galois ebbe tempo di riscrivere la sua relazione completata da annotazioni stese proprio la notte precedente il duello in cui fu mortalmente ferito, alba del 30 Maggio 1832.

È da ricordare che **Neumann** (Franz Ernst, Joachimsthal, 1798, † Königsberg, 1895) avanzò (1832) contemporaneamente a Cauchy, ma in modo del tutto indipendente, una teoria della birifrangenza, sviluppo e completamento dell'opera di Fresnel; in seguito, (1841), trattò la birifrangenza dei materiali sottoposti a sforzi. Precedentemente Neumann aveva portato notevoli contributi alla fisica e cristallografia dei minerali. E' noto il suo principio: " Ogni elemento di simmetria cristallografica è anche elemento di simmetria fisica ". Se Cauchy si può considerare il fondatore della teoria matematica dell'elasticità nel continuo, Neumann lo fu per il discontinuo.

La grande stagione delle Scienze in Germania si inizia senz'altro con Gauss, ma anche con Fraunhofer. Prima di esaminare l'opera del secondo, ricordiamo brevemente William Hyde **Wollaston** (East Dereham, Norfolksh. , 1766, † Londra, 1828) che del Fraunhofer spettroscopista fu l'anticipatore. Wollaston si interessò di medicina, chimica, fisica e mineralogia. Per i suoi enciclopedici interessi è paragonabile a Young. Scoprì Palladio e Rodio e portò fondamentali innovazioni alla lavorazione del Platino. Per quanto riguarda l'ottica, sono di grande importanza gli studi sulle aberrazioni delle lenti. Nel 1812 riuscì a ridurre soddisfacentemente il coma e l'astigmatismo con il suo obiettivo basato su un menisco convergente diaframmato a distanza opportuna. Ideò un doppio prisma con deviazione totale $\alpha_1 + \alpha_2 = 90^\circ$, indipendente dall'indice $n_{1,2}$ rispetto al mezzo circostante uguale per i due prismi incollati. Esso può venire usato come *camera chiara* per copiare figure ed oggetti: si pone l'oggetto luminoso di fronte alla faccia di un prisma, se ne riguarda l'immagine riflessa a 90° attraverso la stessa faccia del secondo prisma. L'occhio vedrà sovrapposta l'immagine su un foglio da disegno posto ad opportuna altezza sul quale l'immagine si può ricopiare. Nel 1802 eseguì le prime osservazioni delle righe nere nello spettro solare. L'anno successivo ideò il goniometro a riflessione ad un cerchio per la misura degli angoli tra le normali alle facce dei cristalli. Il goniometro di Wollaston si può ormai trovare esposto nelle vetrine delle raccolte di strumenti di

interesse museografico, ma tutti i cristallografi sanno bene quale importanza abbia avuto per tutta la prima metà dell'Ottocento ed anche dopo.

Forse per eccesso di prudenza, non si curò di approfondire e pubblicare per esteso i suoi studi sulla teoria atomica e sullo spettro solare ed attualmente il suo nome non è molto noto, mentre in vita veniva stimato come uno dei più eminenti scienziati della sua generazione. Si può infatti considerare il diretto precursore di Dalton e Fraunhofer; postulò anche dei modelli atomici per la struttura dei cristalli (*Philos.Trans.R. Soc.London*,1813, **103** , 62.). Va ricordato che dal 1800 cominciò a soffrire di improvvisi attacchi di cecità che si aggravarono decisamente nel 1828. Descrisse i sintomi , era medico, ad un altro medico come se si trattasse di terza persona e la diagnosi, purtroppo esatta, fu di un tumore al cervello in stadio avanzato. Continuò a lavorare anche nei pochi mesi di vita che gli rimanevano.

L'infanzia e la prima giovinezza di **Fraunhofer** (Joseph von, Straubing, Baviera, 1787, † München, 1826) avrebbero potuto costituire un degno canovaccio per un drammone, a lieto fine, dickensiano. Cominciamo però dal 1802 quando il giovane e poverissimo vetraio Joseph si era casualmente assicurata la duratura protezione del principe elettore Maximilian IV Joseph Wittelsbach e dell'imprenditore e uomo di stato Joseph von Utzschneider che, dopo averlo avviato a studi tecnici, lo prenderà come allievo in un istituto ottico-meccanico per la costruzione di strumenti ottici e geodetici da lui diretto e fondato da un esperto tecnico, Georg von Reichenbach (1772 - 1826). Dopo pochi anni Fraunhofer divenne socio del detto istituto e direttore della fonderia di vetri situata in una antica abbazia sulle colline dell'Alpenforland Bavarese , Benediktbeuern (*carmina burana*), secolarizzata nel 1803 e di proprietà di v. Utzschneider. Qui il Nostro diede impulso alla preparazione di vetri d'ottica ed alla loro caratterizzazione. Riuscì in particolare a preparare i primi vetri tipo flint-pesante senza striature ed a mettere a punto nuove lavorazioni per lenti e specchi.

Forse è bene aprire una breve parentesi sui vetri d'ottica. I vetri

preparati da Fraunhofer ed altri, fanno parte dei cosiddetti "vecchi vetri" convenzionalmente suddivisi in due categorie. I *vetri crown*, caratterizzati da limitata dispersione:

$$\Delta(n) = n_F - n_C = 0,009 - 0,010 \quad , \quad (11)$$

ed indici di rifrazione non molto elevati, tra 1,488 e 1,540; i valori più elevati riguardano "crown pesanti" alla barite. I crown erano preparati partendo essenzialmente da SiO_2 e, in tenori decisamente subordinati, da carbonati di Li, Na e Ca; per i crown pesanti, oltre che dalla silice, da BaO, borosilicati e ZnO. Il crown è un vetro duro ed era usato anche come vetro per finestre. I *vetri flint* sono caratterizzati da notevole dispersione:

$$\Delta(n) = 0,016 - 0,018 \quad , \quad (12)$$

ed elevati indici di rifrazione, tra 1,590 e 1,630, ed erano preparati partendo sempre da SiO_2 , ma con elevato tenore, quasi 50%, di minio, Pb_3O_4 , e tenori molto subordinati di MnO_2 , acido borico e BaO. I valori degli indici si intendono relativi al doppietto giallo del sodio.

Per una storia dell'evoluzione delle tecniche di preparazione dei vetri, dall'antichità ai giorni nostri, si veda [21].

Per molti anni i migliori vetri furono prodotti a Benediktbeuern, ma negli anni trenta e quaranta anche in Francia (Guinaud - Bontemps) e Gran Bretagna (Chance Brothers, Birmingham) si sviluppò l'industria vetraria.

I cosiddetti "nuovi vetri", vecchi ormai di oltre un secolo, vennero preparati a partire dalla seconda metà dell'Ottocento. Le figure più importanti in questo settore operarono in Germania e furono E. Abbe, O. Schott, K. & R. Zeiss (Jena) che svilupparono enormemente la produzione di una vastissima gamma di vetri d'ottica, oltre 150 tipi, per i quali la distinzione tra crown e flint perde di significato. Attualmente per caratterizzare i vetri si usano i cosiddetti *numeri di Abbe*, grandezze del tipo:

$$D = (n_D - 1) / (n_F - n_C) \quad , \quad (13)$$

dove gli indici sono relativi alle righe C, D, F di Fraunhofer (*vide infra*).

L'eliminazione dell'aberrazione cromatica negli obiettivi ed altri strumenti, richiede la conoscenza esatta delle lunghezze d'onda dello spettro visibile. Ovviamente al tempo di Fraunhofer l'unica sorgente luminosa intensa sfruttabile in microscopia era la luce solare e quindi lo studio della decomposizione dello spettro continuo della luce era la *conditio sine qua non* per la soluzione del problema. Nel biennio **1814-15** Fraunhofer studiò appunto lo spettro solare mediante uno spettroscopio da lui stesso costruito con la collaborazione di Utzschneider. Individuò oltre 500 *sottili* righe nere , righe di Fraunhofer. Attualmente l' Atlante Solare è costituito da migliaia di righe (molte righe singole di Fraunhofer risultarono essere in effetti dei doppietti o multiplatti) e con le indagini di Kirchhoff si avrà la corretta interpretazione della loro genesi. Fraunhofer considerava queste righe come semplicemente assenti nello spettro di emissione del sole mentre esse sono dovute ad assorbimento da parte dell'atmosfera solare e, in misura molto meno importante, da parte dell'atmosfera terrestre.

Fraunhofer costruì dei micrometri molto precisi e dalla posizione delle fini righe nere, determinata con molta accuratezza, dedusse dei valori estremamente precisi per le lunghezze d'onda del visibile. Inoltre verso il **1821** aveva completato la formulazione e lo studio sperimentale della diffrazione che si produce quando sorgente e schermo ricevente si possono considerare virtualmente a distanza infinita. La formulazione della **diffrazione di Fraunhofer** è senz'altro uno dei *turning point* nella storia dell'ottica viste le vaste applicazioni. Dopo il 1820 Fraunhofer costruì, ed impiegò per la determinazione delle λ , dei reticoli lineari fittissimi. I suoi valori furono migliorati solo un secolo dopo. È ancora consuetudine usare simboli introdotti da Fraunhofer per contraddistinguere alcune righe del visibile :

$$C = 6563 \text{ \AA} , D = 5893 \text{ \AA} , F = 4861 \text{ \AA} .$$

Naturalmente Fraunhofer non usava gli ångström come unità di misura che venne introdotta molto più tardi dallo spettroscopista svedese Ångström (Anders Jones, Lögdö , 1814, † Upsala, 1874).

Benchè il Nostro non avesse compiuto studi regolari, nel 1823 fu nominato professore di fisica a Monaco dove tenne lezioni di fisica - matematica; nel 1812 l'università di Erlangen gli aveva conferito un dottorato honoris causa. Purtroppo la sua salute era ormai irrimediabilmente minata; due anni prima della morte, il suo amico e principe di un tempo, ora Re Maximilian I, lo elevò al rango nobiliare.

Adesso dobbiamo illustrare i contributi di un'altra importantissima figura, un gigante nel campo della strumentazione microscopica, coetaneo di Fraunhofer, ma più longevo per sua fortuna. Si tratta di Giovan Battista **Amici** (Modena, 1786, † Firenze, 1863) , che conseguì a Bologna nel 1808 la laurea di ingegnere architetto; nel 1815, alla riapertura della università di Modena, gli fu conferita la cattedra di geometria, algebra e trigonometria sferica, che ricoprì sino al 1831. Già in questi anni il suo interesse principale era lo studio e la costruzione di strumenti ottici. Nel 1831 fu chiamato a Firenze come direttore dell'Osservatorio Astronomico e del Museo di fisica e storia naturale ed ebbe contemporaneamente la cattedra di astronomia presso l'università di Pisa. Nel '59 fu sollevato da questi incarichi in modo che potesse dedicarsi interamente alla direzione delle osservazioni microscopiche. Fu infatti anche studioso di citologia e patologia vegetale (processo di fecondazione delle angiosperme), ma qui ci interessa la sua opera di studioso di strumentazione ottica.

Iniziò (1825) l'attività in questo campo come perfezionatore di obiettivi acromatici per cannocchiali e telescopi astronomici. Per quanto riguarda gli obiettivi ebbe per primo l'idea di combinare due parti affette da aberrazioni eguali e di segno opposto realizzando così un sistema diottrico centrato soddisfacentemente aplanatico. L'idea più geniale la ebbe nel **1836** quando introdusse come lente frontale degli obiettivi una *lente emisferica* . Questa gode della proprietà di

possedere, oltre al centro ed al vertice staccato dall'asse dell'obiettivo, una seconda coppia di punti coniugati stigmatici sul diametro coincidente con l'asse, punti di Weierstrass, detti aplanatici da Abbe (si veda in proposito il problema 2-33 in [19]). Il fascio luminoso uscente dal punto centrale del preparato, che è vicino alla superficie piana della semisfera nel caso di obiettivi a forte ingrandimento (focale corta), si conserva dopo rifrazione quasi stigmatico e si possono così realizzare obiettivi di grande apertura , impensabili prima di Amici. La proprietà fondamentale della emisfera è infatti quella di ridurre molto l'aberrazione da sfericità, la madre di tutte le aberrazioni esclusa quella cromatica : quando un'onda sferica o piana incide sulle superfici delle lenti, genera un'onda rifratta che in genere non è né piana né sferica , ma concava o convessa, secondo i casi. Un'onda rifratta concava, ad esempio, dà origine ad una caustica simile a quella di uno specchio sferico di grande apertura. I termini ermetici aplanatismo, aplanatico, sono stati introdotti da Abbe, ma sarebbe meglio parlare semplicemente di ortoscopia.

Con la combinazione dei due principi, frontale emisferica e compensazione tra i singoli componenti di un obiettivo, Amici costruì dei microscopi degni del nome. La lente emisferica è poi stata sempre impiegata.

Amici non fu il primo ad introdurre polarizzatori nel microscopio (cf. in proposito Hallimond, [13] al Cap.I) , ma tutti concordano nell'assegnare a lui la costruzione del primo microscopio completo polarizzante, **1844** . Come polarizzatore usò un dispositivo a riflessione e come analizzatore un romboedro di calcite collocato sopra l'oculare e dotato di un diaframma mobile per isolare alternativamente i fasci ordinario e straordinario.

Molti altri furono gli accessori introdotti da Amici : prismi per raddrizzare le immagini ruotate dagli obiettivi, menischi e , soprattutto, un obiettivo ad immersione in acqua, 1847. La sua figura, così importante, è stranamente misconosciuta. Molti microscopisti lo ricordano solamente quale ideatore di una lente addizionale, inseribile ad altezza opportuna nel tubo del microscopio, che serve a mettere a fuoco il piano retrofocale dell'obiettivo senza dovere togliere l'oculare e

perdere così il suo ingrandimento; questo accessorio fu poi perfezionato da altri studiosi nel corso dell'Ottocento e talvolta il nome di Amici non viene nemmeno associato alla sua lente.

I polarizzatori destinati ad essere usati in microscopia per decenni furono però quelli di William **Nicol** (Edinburgo, 1768 , † ivi, 1851). Nicol fu professore di fisica ad Edinburgo dove si occupò di ottica cristallografica; nel 1851 pubblicò un trattato dal titolo : *On the microscopical structure of minerals* . Nel **1828** ideò il suo polarizzatore di calcite a birifrazione, con eliminazione del raggio ordinario, che lo rese celebre, ma dopo la morte. Sembra infatti che il primo microscopio completo equipaggiato con " nicol " sia stato costruito solo nel 1860 dal fisico tedesco Ludwig Frankenheim (1801 - 1869) che, incidentalmente, nel 1835 enunciò una prima teoria reticolare delle strutture cristalline, ricavando erroneamente 15 reticoli anziché 14 come correttamente fatto da Bravais tre anni dopo. Molte varianti sono state apportate nel corso dell'Ottocento a detto polarizzatore, ma il nome è rimasto : prisma di Nicol o semplicemente nicol. I nicol furono universalmente usati per almeno 80 anni (ca. 1860 - 1945) ; quindi furono vantaggiosamente sostituiti dai polaroid di E. Land, di costo enormemente inferiore e che permettono di usare aperture molto più grandi. Due pionieri dell'applicazione di microscopi polarizzanti a studi petrografici e mineralogici furono H. C. Sorby (1826 – 1908) a Sheffield e A. Legrand des Cloizeaux (1817 – 1897) alla Sorbona. Il primo fu anche l'iniziatore della metallografia avendo preparato e studiato per primo sezioni sottili non solo di rocce, ma anche di preparati metallurgici.

Proprio verso la metà del secolo compirono i loro esperimenti più significativi due fisici sperimentali "autodidatti" le cui carriere furono singolarmente intrecciate. **Fizeau** (Armand-Hyppolite-Louis , Parigi, 23-9-1819, † Vanteuil (Seine-et-Marne), 1896) di famiglia molto facoltosa studiò al Stanislas Collège di Parigi e poi si iscrisse a Medicina senza terminare gli studi per motivi di salute. Grazie all'appoggio di Arago intraprese studi di fisica all'Osservatorio e poi

continuò studi e ricerche sempre con mezzi propri. **Foucault** (Lèon, Parigi, 18-9-1819, † Parigi, 1868) anch'egli iniziò gli studi al Stanislas Collège senza concluderli, per scarso profitto; si iscrisse a Medicina, ma presto abbandonò la Facoltà per mancanza di interessi. Dopo avere fatto il redattore scientifico per il *Journal des Débats*, iniziò una lunga collaborazione con Fizeau; nel 1855 entrò nell'organico dell'Ossevatorio, dopo avere conseguito il dottorato in Scienze Fisiche nel 1853 con una tesi sulle velocità relative della luce nell'aria e nell'acqua.

Le ricerche di Foucault e Fizeau, in collaborazione od indipendentemente, spaziarono dalla dagherrotipia alla lavorazione delle lenti, alla elettrodinamica, alla cristallografia, alla propagazione delle onde termiche, all'invenzione del giroscopio (Foucault). Noi ricorderemo solamente le loro misurazioni in campo strettamente ottico.

Nel 1849 Fizeau determinò la velocità della luce nell'aria con il suo strumento a ruota dentata facendo viaggiare avanti indietro un fascio luminoso per 8633 m, dal terrazzo della sua casa al Bois de Boulogne fino ad una finestra di una casa di Montmartre! A causa degli errori sulla determinazione della velocità angolare della ruota ottenne il valore piuttosto approssimato di $315\cdot 000 \text{ km s}^{-1}$.

L'anno successivo Foucault, utilizzò una sua versione dell'apparecchio a specchio rotante che permetteva di sfruttare cammini ottici decisamente minori ed ottenne un valore più preciso; nel 1862 arrivò al valore $298\cdot 000 \pm 500 \text{ Km s}^{-1}$. L'illustrazione di queste misurazioni si può trovare nel Cap. V del volume di Perucca [16].

Sempre nel 1850 Fizeau e Foucault, perfezionando l'apparecchio progettato da Arago, riuscirono indipendentemente a dimostrare sperimentalmente che la velocità di propagazione della luce nell'acqua è minore che nell'aria; questo colpo mortale alla teoria corpuscolare fu reso pubblico dell'adunanza dell'Académie des Sciences del 6 Maggio **1850**. Per fortuna all'epoca non si conoscevano valori di indici di rifrazione < 1 , misurati o dedotti indirettamente molto dopo, a partire dal 1890 ca. Anche se fossero stati noti forse non avrebbero suscitato eccessivi ripensamenti; non si

aveva ancora la distinzione tra velocità di fase e di gruppo, ma d'altra parte nessuno era ancora tenuto a credere che il valore della costante c , per la velocità delle radiazioni nel vuoto, fosse un limite invalicabile. Detti valori degli indici sarebbero probabilmente stati giustificati assumendo proprietà ancora sconosciute dei mezzi coinvolti, cosa verissima.

Un risultato altrettanto importante era stato ottenuto da Fizeau nel 1848 quando riuscì a determinare lo "*spostamento verso il rosso o verso il blu*" di radiazioni luminose emesse da sorgenti stellari. Fizeau interpretò correttamente il fenomeno come dovuto rispettivamente all'allontanamento od avvicinamento delle sorgenti rispetto all'osservatore. L'effetto trovato dal fisico austriaco Christian Doppler (1803 – 1853) per il suono si riscontra dunque anche per la luce, come ipotizzato dallo stesso Doppler. L'effetto sarà molto sfruttato, tra l'altro, per valutare la componente lungo la nostra linea visuale delle velocità di spostamento di corpi stellari.

L'opera di Faraday si collega decisamente a quella di Maxwell studioso dell'elettromagnetismo e fondatore dell'ottica elettromagnetica, tuttavia cronologicamente si colloca nella prima metà del secolo e quindi ricordiamo quei suoi risultati che interessano da vicino la nascita della teoria elettromagnetica delle propagazioni luminose. Poichè Faraday fu legato al Royal Institution per tutta la sua attività scientifica, è bene dire qualcosa su questo ente di ricerca ed insegnamento.

Esso venne fondato a Londra nel 1799 da Benjamin Thompson (conte Rumford, Woburn, Massach., 1753, † Auteuil, 1814). Rumford era lealista e tory e dovette lasciare l'America dopo la proclamazione di indipendenza e si trasferì a Londra dove ebbe importanti incarichi al ministero per le colonie. A Londra continuò ricerche già iniziate in America sulla polvere da sparo e sulla propagazione del calore e nel 1779 divenne membro della Royal Society. Alcuni episodi della vita di Rumford sono poco chiari; sembra sia stato sospettato di doppio gioco a favore della Francia. Comunque ripartì per gli Stati Uniti nel 1782 dove assunse il comando di un reggimento regio che non ebbe tempo

di entrare in linea dato che nel Gennaio 1783 fu conclusa la pace a Parigi. Già in quell'anno il principe Elettore Carlo Teodoro di Baviera, padre del futuro protettore di Fraunhofer, lo invitò a Monaco dove ricoprì incarichi ministeriali (fu per anni ministro della guerra) sino all'invasione francese. Divenne poi gran ciambellano e nel 1791 fu elevato al rango di conte del Sacro Romano Impero; Thompson scelse come contea Rumford (New Hampshire) ed è molto più noto col suo titolo nobiliare come avverrà per Rayleigh. In Baviera con le sue note ricerche sulla produzione di calore per attrito smantellò l'ipotesi del " fluido calorico " , senza però arrivare a misure esatte dell'equivalente meccanico del calore. A Monaco promosse riforme militari, ma anche sociali tra cui la creazione di una specie di cassa integrazione per disoccupati e persone non più in grado di lavorare. Ritornato a Londra vi fondò appunto l'Istituto Reale (Royal Institution, R. I.) che doveva essere un Ente " To teach by courses of philosophical lectures and experiments the applications of science to the common purposes of life ", come si legge nella Royal Charter che lo istituì formalmente nel 1800. Poco dopo la fondazione della detta istituzione lasciò per sempre Londra e si trasferì ad Auteuil dove sposò in seconde nozze la vedova di Lavoisier.

Nei primi quindici anni di vita della R.I. , lo scienziato più noto che vi operò fu senz'altro Davy (sir Humphry, Penzance, Cornovaglia, 1778, † Ginevra, 1829). Nel 1800 divenne lecturer e poco dopo (1802) Fullerial professor di scienze, cattedra cui rinunciò nel 1813 quando abbandonò l'Istituto di cui era diventato il secondo direttore dopo le dimissioni di Young (1803). Davy portò grandi contributi alla chimica isolando Na, K, Mg, Ca, Sr, e Ba. La famosa lampada di sicurezza fu inventata nel 1815, quando già aveva lasciato la R. I. , e bisogna rilevare che Davy non ricavò alcun utile da questa invenzione. Nel 1820 divenne presidente della Royal Society.

Il professor J. D. Bernal (1901 - 1971), illustre cristallografo ([5]), doveva nutrire una decisa antipatia per Rumford, Davy e la Royal Institution in genere. Come Rumford, Davy era senz'altro un conservatore. In una sua prolusione per l'inaugurazione di un anno accademico chiarì la sua posizione verso i problemi sociali in questi

termini : “ L’ineguale divisione della proprietà e del lavoro, la differenza di rango e di condizioni del genere umano sono le cause motrici della vita civile, la sua stessa anima ”. Posizioni politiche di Rumford e Davy a parte, affermare però che gli sforzi del conte Rumford per creare un istituto popolare per l’istruzione tecnica si siano risolte in pochi anni in una Istituzione Reale per il passatempo della nobiltà e dell’alta borghesia è senz’altro ingiusto. Meno male che Bernal riconosce almeno che dall’I.R. nacque, solo in via subordinata secondo lui, un importante laboratorio di ricerca che attualmente ha nome: The Davy Faraday Research Laboratory of the R. I. Lavorarono infatti nell’Istituto , anche se per periodi molto diversi, Young, Faraday, J. Tyndall, J. Dewar, Rayleigh, W. H. e W. L. Bragg e lo stesso Bernal dal 1923 al ‘27. Sempre secondo Bernal, ad un certo punto lo snob Davy divenne geloso dei successi di Faraday, ma l’affermazione non sembra affatto confermata dai rapporti fra i due: Davy sempre aiutò generosamente e protesse Faraday. L’unico episodio inaspettato fu l’opposizione di Davy, presidente della Royal Society, all’ammissione di Faraday alla stessa nel 1824 ; comunque Faraday fu eletto.

Michael **Faraday** (Newington Butts, Londra, 1791, † Hampton Court, Herefordsh., 1867) proveniva da una famiglia molto povera, come Fraunhofer. Nel 1813 riuscì a farsi assumere da Davy come assistente e lo accompagnò nei suoi viaggi (1813 - 15) attraverso Francia, Svizzera ed Italia. Benchè Gran Bretagna e Francia fossero in guerra , Davy ottenne dal governo francese il permesso di entrare in Francia. Faraday ebbe quindi l’occasione di visitare alcuni dei maggiori centri culturali d’Europa. Nel 1821 divenne sovrintendente al laboratorio della R. I. e a partire da ~ 1827 vi acquistò la stessa preminenza che aveva avuta Davy. Nel 1824 divenne membro della Royal Society e dal 1833 al ‘67 ebbe la cattedra Fulleriana; tenne molti corsi di istruzione scientifica anche a carattere popolare. Dal 1841 al ‘44 soffrì di disturbi nervosi e dovette mettersi a riposo temporaneamente. Fu uno sperimentatore infaticabile: la sua raccolta di *Experimental researches* annovera migliaia di titoli. Come messo in rilievo da Maxwell (Art. 528 di [14]), Faraday era solito riportare successi ed

insuccessi e non solamente una relazione finale ben polita *a-posteriori*, quasi che il risultato di una indagine sperimentale possa già essere presente nella mente dello sperimentatore.

Tra i molteplici contributi di Faraday dovremo limitarci a considerarne solo tre che ebbero una ricaduta immediata sulla formulazione della teoria elettromagnetica da parte di Maxwell o ne stimolarono l'interesse. Da tempo era noto il modo di visualizzare l'azione magnetica sulla limatura di ferro la quale, sparsa su un foglio di carta appoggiato su un magnete, si dispone lungo linee che uniscono i due poli del magnete. Faraday considerò magnete ed effetti magnetici indipendentemente ed introdusse il concetto di *linee di forza*: luoghi geometrici dell'intensità del campo magnetico aventi la proprietà che in ogni punto la tangente alla linea rappresenta la direzione del campo in quel punto. In base ai suoi esperimenti arrivò gradualmente (1821 - 31) a considerare lo spazio interposto tra magneti e tra *conduttori elettrici*, introducendo nozioni di campo elettrico e magnetico, pieno di linee e tubi di forza che rappresentano i fenomeni che in quello spazio avvengono. Trovò, tra l'altro, la relazione tra forza elettromotrice indotta in un circuito e le linee magnetiche da esso tagliate (*vide infra*). Si possono individuare alcuni precorrimenti di queste concezioni, ma fu senz'altro Faraday ad enunciare questi concetti in modo chiaro e definitivo, per l'Ottocento, come riconosciuto da Maxwell nella prefazione alla prima edizione del *Treatise* [14], quella curata interamente dall'autore: " Faraday in his mind's eye saw lines of force traversing all space where the mathematicians saw centres of force attracting at a distance: Faraday saw a medium where they saw nothing but distance; Faraday sought the seat of the phenomena in real actions going on in the medium, they were satisfied that they had found it in a power of action at a distance I also found that several of the most fertile methods of research discovered by the mathematicians could be expressed better in terms of ideas derived from Faraday than in their original form ". I *mathematicians* per Maxwell sono gli studiosi tedeschi fautori dell'azione a distanza che Maxwell sempre avversò.

Faraday a dire il vero oscillò tra diverse posizioni che non è il

caso di considerare in dettaglio. Sin verso il 1840 spiegava i risultati dell'azione elettrostatica in termini di polarizzazione delle particelle del mezzo (*molecole in stato elettrotonico*) e considerava le linee di forza come entità immaginarie. Ammetteva però l'azione a distanze piccole (mezzo pollice!) tra le particelle vicinali. Poi (1844, *Speculation touching electric conduction and the nature of matter*) abbandonò l'idea di trasmissione dell'azione fra particelle vicinali e concluse, anche per spiegare l'azione nel vuoto, che lo spazio doveva comportarsi come conduttore nei conduttori e isolante negli isolanti. Sembra sia arrivato a concepire la materia come una forza diffusa attraverso lo spazio; l'azione elettrica si poteva spiegare in termini di interazioni di forze nello spazio in modo da rendere superflua l'ipotesi della trasmissione a distanza dell'azione tra particelle vicinali. Di fronte alle critiche che venivano mosse da più autori a queste concezioni contraddittorie, in uno degli ultimi lavori (*On the physical character of the lines of force*, 1852) arrivò ad affermare che le linee di forza hanno una reale esistenza fisica. Le cariche elettriche modificano lo spazio che le separa e quindi devono esistere linee di forza elettriche oltrechè magnetiche. Non sembra avere preso una posizione precisa sulla natura del famoso etere cosmico.

L'altra scoperta di Faraday che ci interessa più da vicino è l'effetto magnetottico detto appunto *effetto Faraday*. Ponendo una lamina, per es. di vetro, di spessore h tra le estremità polari di una potente elettrocalamita e facendola attraversare da un fascio di luce polarizzata nella direzione del campo magnetico \mathbf{H} , osservazioni a nicol incrociati permisero a Faraday di vedere che la radiazione veniva ruotata di un angolo (α). Si ha la relazione :

$$(\alpha) = K_{Ve} \cdot h |\mathbf{H}| \quad , \quad (14)$$

dove la costante K_{Ve} , potere rotatorio specifico magnetico, è detta costante di Verdet (Marcel - Èmil, 1824 - 1866); la costante è funzione della natura della lamina, di λ e della temperatura. Il verso di rotazione dipende anch'esso dalla natura della lamina, ma anche dal verso del campo magnetico. Se la lamina è un dielettrico l'effetto è

molto piccolo, ma diventa enorme se invece si tratta di una lamina di un metallo magnetizzabile (Fe, Ni, Co) ridotta ad uno spessore tale da essere sufficientemente trasparente per una data λ . Era pertanto provato sperimentalmente l'effetto di un campo magnetico sulle radiazioni luminose.

Infine la legge dell'induzione di un campo magnetico su un circuito indotto: Faraday trovò che il flusso di $\mu \mathbf{H}$ attraverso un qualunque superficie avente per contorno il circuito è costante ($\mathbf{B} = \mu \mathbf{H}$ è solenoidale) e che la variazione di \mathbf{H} col tempo produce nel circuito una corrente, *corrente indotta* . L'intensità della corrente indotta è direttamente proporzionale alla velocità di variazione del flusso ($\partial \mathbf{B} / \partial t$).

Faraday fu essenzialmente un autodidatta e non ebbe certamente tempo e modo di studiare il greco; nondimeno introdusse molti termini greci : sphondyloid (poi solenoide), ione, anodo (anione), catodo (catione) ecc. La terminologia ebbe successo e si è conservata cosicchè anche oggi gli ioni negativi devono *salire* all'elettrodo positivo e quelli positivi devono *scendere* all'elettrodo negativo.

Sembra che per l'introduzione di detti termini abbia chiesto la consulenza del Rev. W. Whewell, filosofo e matematico, Master del Trinity College. Non ebbe alcuna inclinazione per la matematica: in una lettera a Maxwell del 1857 auspicava che venissero rese nel linguaggio di tutti i giorni le formule dei matematici espresse nel linguaggio dei geroglifici! ([19], pag. 212). Faraday fu uomo profondamente religioso, come Fresnel, ed appartenne per tutta la vita, con la moglie Sarah, ad una piccola setta fondamentalista fondata da un certo R. Sandeman.