

Capitolo XIII

Onde, particelle ? , come vi garba

Quasi stimolati dall'essere scampati all'immane strage, nel quindicennio successivo alla guerra gli scienziati europei furono protagonisti di una attività straordinaria ed altrettali furono i risultati conseguiti specialmente in fisica.

Avvenuta la quantizzazione delle radiazioni elettromagnetiche, un revenant corpuscolare si sarebbe forse sentito rinascere, ma il suo compiacimento non sarebbe potuto durare : che corpuscoli erano mai i fotoni , senza massa a riposo, condannati ad agitarsi continuamente per non morire? Tuttavia dopo qualche anno avrebbe avuto un nuovo motivo per rallegrarsi : in anni diversi , ma soprattutto in un lavoro del 1917 sull'emissione del corpo nero, Einstein dimostrò che i quanti di luce oltre ad avere energia $h\nu$ sono dotati di un *momento* $p = h\nu / c$, diretto nella direzione di propagazione della normale d'onda ed il momento è senz'altro caratteristico di un *corpo* in movimento. Nel 1922-23 si avrà la conferma sperimentale di questa deduzione teorica ad opera dello statunitense Compton, primo premio Nobel americano, per la fisica (1927). **Compton** (Arthur Holly, Wooster, Ohio, 1892, † Berkeley, Calif., 1962) conseguì nel 1916 il dottorato a Princeton e poi lavorò nell'Università del Minnesota ed al Cavendish di Cambridge sui R.X. Presso la Washington Univ. di St. Louis nel Missouri compì gli esperimenti che gli permisero di scoprire l'effetto che porta il suo nome (1920-23). Egli osservò che R.X. di corta lunghezza d'onda, accuratamente monocromatizzati, davano per diffusione da parte di

sostanze amorfe (carboni) un doppietto costituito da una componente stretta e con la stessa λ della rad. incidente e da una seconda componente più larga e con λ maggiore (diffusione incoerente). Compton spiegò l'effetto in termini quantistici : se un quanto R. X. di energia $E_0 = h\nu_0 = hc / \lambda_0$ incide su un elettrone *libero* , di massa m ed a riposo, ed il fotone X viene diffuso secondo un certo angolo φ rispetto alla sua direzione originale, la sua energia si riduce ad $E_\varphi = h\nu_\varphi$, mentre l'elettrone assume un'energia cinetica data da una formula relativistica che non stiamo a riportare. Compton assunse che in modo analogo il *momento* del fotone prima e dopo la collisione fosse dato da:

$$p_0 = (h\nu_0) / c , \quad p_\varphi = (h\nu_\varphi) / c , \quad (1)$$

cioè che il fotone si comportasse come una particella. L'elettrone acquista un suo momento e deve valere il principio della conservazione del momento. Compton, analizzando quanto detto in termini di componenti parallela e perpendicolare alla direzione iniziale del fotone, ne dedusse che la lunghezza d'onda del fotone diffuso è maggiore di quella originale di :

$$\Delta\lambda = \lambda - \lambda_0 = h / [mc (1 - \cos \varphi)] ; \quad (2)$$

in ångstrom si ha : $\Delta\lambda = 0,0243 (1 - \cos \varphi)$. In pratica non si hanno elettroni a riposo nelle sostanze ed allora vanno considerati anche i momenti iniziali degli elettroni stessi ; si ottengono valori di $\Delta\lambda$ un poco diversi da quelli dati dalla relazione di cui sopra e si può giustificare l'allargamento della componente Compton. Per fotoni incidenti di bassa energia gli elettroni non si possono assolutamente considerare liberi e l'effetto Compton è nullo, tutta la radiazione viene diffusa coerentemente. Con il diminuire della λ l'importanza dell'effetto aumenta e diviene apprezzabile per la K_α media del Mo , 0,7107 Å, molto usata in diffrattometria; ciò non porta ad alcun inconveniente: la diffusione Compton è di tipo incoerente poichè non vi sono relazioni di fase costanti tra i raggi diffusi ed essa va semplicemente ad

aumentare il fondo. A parità di λ l'effetto varia con il numero atomico dei centri di diffusione.¹ Più tardi l'effetto Compton inverso, elettroni veloci che urtano fotoni di bassa energia, fu molto utilizzato in astrofisica. Dal 1941 al '45 Compton diresse un progetto militare per l'arricchimento del plutonio.

Ancora poco e si avrà la scoperta più eclatante della prima parte del XX secolo. A cento anni giusti dalla stesura definitiva della teoria ondulatoria di Fresnel, proprio un de Broglie, il principe Louis Victor, discendente del duca per cui aveva lavorato il padre di Fresnel, ebbe l'intuizione che la dualità onde-corpuscoli delle onde elettromagnetiche dovesse venire estesa alle particelle elementari. Queste onde " materiali " avrebbero dovuto avere una lunghezza d'onda:

$$\lambda = h / p = h / (mv) \quad , \quad (3)$$

(L. de Broglie (**1925**) , *Ann. de Phys. Paris.*, (10), **3** , 22; λmv non è la quantità d'azione di Maupertuis ?) . Una inequivocabile conferma sperimentale si ebbe per gli elettroni già nel **1927** ad opera di C. J. Davisson e L. H. Germer dei Laboratori della Western Electric Co. (poi Bell Telephone, New Jersey) . Pochi ricordano che ad Aberdeen, contemporaneamente ed indipendentemente, la conferma fu ottenuta da un certo G. P. Thomson, figlio di J. J. : il padre aveva caratterizzato l'elettrone come particella, il figlio contribuì a metterne in evidenza il comportamento ondulatorio.

Per quanto riguarda i neutroni bisognerà attendere ancora un decennio; essi furono infatti scoperti solo nel 1932 , ma già nel **1936** vennero effettuati esperimenti di diffrazione con sorgenti di radioberillio² .

E' da ricordare che il fratello maggiore di Louis de Broglie, il Duca

¹ Trattazioni semplificate dell'effetto Compton sono riportate in moltissimi testi; per un esame più completo dell'interazione dei raggi X con le sostanze , si può vedere ad. es. Compton, A. H. & Allison, S. K. (1935) . *X-rays in theory and experiment.* (Van Nostrand Co. Inc., Princeton, N. J.).

² Si può vedere Bacon, G. E. (1954). *Neutron diffraction*, Clarendon Press, Oxford; più volte ristampato.

Maurice (1875 – 1960) , fu un pioniere nello studio degli spettri di assorbimento dei raggi Röntgen; egli compì gli esperimenti nel suo palazzo parigino.

Inizialmente L. de Broglie suppose che gli elettroni fossero accompagnati da un'onda che in qualche modo ne rispecchiasse la struttura. L'ipotesi risultò presto insostenibile quando Schrödinger sviluppò un'analisi matematica delle onde materiali, meccanica ondulatoria, e ne risultò che l'onda materiale è da considerarsi come un pacchetto di onde interferenti. Siccome l'elettrone trasporta una carica elettrica ben precisa e che non può venire suddivisa, è pertanto inconcepibile che esso si suddivida per dare luogo ad effetti di diffrazione dai cristalli. Una risposta ai problemi suscitati dall'esistenza di "onde materiali" venne già nel '27 lo stesso anno che ne vide la prova sperimentale. E' virtualmente impossibile attribuire priorità di intuizione ai diversi fisici che si occuparono delle possibili soluzioni dato anche che furono impiegate tecniche matematiche diverse che portarono a risultati di cui solo più tardi fu dimostrata l'identità. Furono essenzialmente Schrödinger, Born ed Heisenberg che dimostrarono che l'onda di de Broglie è una misura della probabilità di localizzazione dell'elettrone. Analogamente i massimi di interferenza nelle misure di diffrazione indicano le posizioni dove gli elettroni hanno la maggiore probabilità di arrivare. I problemi posti dal diffondersi di questi pacchetti d'onda \equiv pacchetti di probabilità, portò Heisenberg a studiare teoricamente la localizzabilità di una particella ed i suoi risultati verranno considerati poco sotto.

Un pò più in dettaglio possiamo dire che nello sviluppo della fisica quantistica si possono individuare tre fasi. La prima vide l'introduzione del quanto di azione, del fotone e una prima analisi della struttura dell'atomo (Planck, Einstein, Bohr). La seconda è più complessa anche se si svolse in un periodo brevissimo: ~ 1925 – 26. Broglie (Louis-Victor, principe de, Dieppe, 1892 , † 1987) già nel '23 - 24 introdusse il dualismo elettrone-onda e poi più generalmente onda-corpuscolo. Meno di due anni dopo Schrödinger (Erwin, Vienna 1887, † ivi, 1961) derivò le sue due equazioni differenziali per una

materia dotata di carattere ondulatorio, guidato da analogie matematiche con l'ottica ondulatoria. Quindi Max Born (1882 – 1970), Heisenberg (Werner, Würzburg, 1901, † München, 1976) , Pascual Jordan (Hannover, 1902, † 1980) e indipendentemente da questi Dirac (Paul Maurice Adrien, Bristol, 1902, † 1984), proposero una meccanica, delle matrici, che sembrava eludere ogni interpretazione ondulatoria. La terza fase, immediatamente successiva, consistette nell'interpretazione fisica dei risultati ottenuti mediante tecniche matematiche. Schrödinger provò l'equivalenza della meccanica ondulatoria e di quella delle matrici, Born formulò l'interpretazione probabilistica delle onde ed Heisenberg enunciò il suo famoso principio.

Una personalità decisamente interessante mi sembra essere Werner Heisenberg che frequentò a Monaco Ginnasio ed Università, dove fu allievo di Sommerfeld e conobbe Wolfgang Pauli (1900 – 1958), brillantissimo fisico teorico austriaco che preferì passare buona parte della sua vita nella tranquilla Svizzera. Si laureò nel '23 (dottorato) ; collaborò con Max Born a Göttingen e con Bohr a Copenhagen e nel 1927 ebbe la cattedra di fisica teorica a Lipsia. Al contrario di molti suoi colleghi era molto amante degli sport alpinistici; era un sincero patriota tedesco e, pur non avendo alcuna simpatia per il Nazionalsocialismo, rimase in patria anche dopo il 1933; nel 1941 si trasferì alla Università di Berlino dove fu inoltre nominato direttore del Kaiser Wilhelm Institut für Physik. Nel Settembre dello stesso '41 ebbe un " abboccamento" con Niels Bohr in Danimarca sul contenuto del quale non si seppe mai nulla, o quasi. E' più che probabile che i due abbiano verificato di non avere nulla da dirsi. Nel '43 Bohr riuscì ad approdare avventurosamente in Svezia e di lì a raggiungere l'America. Heisenberg collaborò con il gruppo di Otto Hahn (1879 – 1968) , che nel '38 aveva scoperto la fissione dell'uranio, alla progettazione di reattore nucleare e bomba atomica. A detta dei fisici che operarono in campo avverso i risultati ottenuti furono mediocri. Fu arrestato per breve tempo dagli Alleati che però non trovarono alcuna accusa da muovergli; una sua incriminazione avrebbe del resto creato grande

imbarazzo tra i colleghi che direttamente od indirettamente furono corresponsabili delle distruzioni di Lubeca, Zara, Dresda, Hiroshima ecc. Oltre al gruppetto di fisici atomici e teorici che misero a punto la bomba americana, furono infatti numerosi gli scienziati che ebbero incarichi bellici, e non, specialmente nelle forze armate aeree, come del resto nella prima guerra mondiale. Il Principe de Broglie, ad esempio, accettò di buon grado di entrare nel Consiglio Nazionale (Gennaio 1941) di nomina governativa, che fu un importante organo consultivo del gabinetto Pétain-Darlan (Febbraio '41- Aprile '42). Nel dopoguerra Heisenberg, stabilitosi a Monaco, fu uno dei maggiori protagonisti della ricostruzione universitaria germanica. Dal 1958 al '72 diresse il Max Planck Institut di Monaco.

Nel 1924 Heisenberg cominciò ad enucleare una teoria fondata non su concetti modellistici, ma su probabilità di transizioni quantizzate degli elettroni. Egli non conosceva il calcolo matriciale e fu solo con la collaborazione di Born e Jordan, che viceversa lo conoscevano bene, che riuscì a formulare uno schema di meccanica quantistica facente uso di matrici per rappresentare grandezze cinematiche. Con meraviglia degli stessi autori risultò che l'algebra della matrici da usare era non commutativa. La condizione fondamentale di quantizzazione prendeva infatti la strana forma:

$$PQ - QP = h / (2\pi i) ; \quad (4)$$

dove Q e P sono matrici che rappresentano rispettivamente una coordinata spaziale ed il suo momento coniugato (nel caso unidimensionale $Q = x$, $P = mv$). Cominciava lentamente a prendere forma quella che sarà detta Meccanica delle Matrici o Meccanica Quantistica, al cui sviluppo contribuirà Pauli.

Nel seguente 1925 Dirac, dopo avere studiato le bozze di un primo lavoro di Heisenberg sulla *Matrizenmechanik* , formulò la meccanica quantistica in un modo matematicamente equivalente, ma diverso da quello di Heisenberg e Born; la formulazione di Dirac risultò più generale di quella degli altri autori appena nominati.

Schrödinger cercò dapprima di sviluppare la sua teoria

ondulatoria con trattazione relativistica cui dovette presto rinunciare. All'inizio del 1926 dedusse la famosa equazione :

$$\nabla^2 \psi(x, y, z) + \frac{8 \pi^2 m}{h^2} [E - U(x, y, z)] \psi(x, y, z) = 0 ; \quad (5)$$

dove ψ è uno scalare, E è l'energia del sistema , U è il potenziale che descrive il sistema e ∇^2 è l'operatore di Laplace:

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} .$$

La (5) è l'equazione di Schrödinger, indipendente dal tempo, per onde corrispondenti a particelle in un campo di forza U ; essa ha soluzioni accettabili cioè tali che $\int |\psi|^2 dx dy dz$ sia finito, solo per certi valori di E , detti autovalori, e così viene ad introdursi automaticamente una quantizzazione.

Nello stesso 1926 Born interpretò $|\psi|^2$ come densità di probabilità e non come densità di carica elettrica.

Nell'anno seguente Heisenberg si occupò dei problemi posti dalla dualità onda / particella. Se si cerca di determinare allo stesso momento velocità e posizione di un elettrone si incontrano delle contraddizioni che derivano dalla doppia natura della particella. Con una serie di esperimenti concettuali Heisenberg dimostrò che esiste una relazione di incertezza, od *indeterminazione*, (*Unschärferrelation*) tra posizione q e momento coniugato p :

$$\Delta p \Delta q \geq h / 2\pi . \quad (6)$$

La *precisa* misurazione di una grandezza implica la totale ignoranza dell'altra : se $\Delta q \rightarrow 0$, $\Delta p \rightarrow \infty$; il quanto d'azione di Planck pone un limite alla possibile accuratezza di qualsiasi misura. Scrivendo mv al posto di p abbiamo:

$$\Delta q \Delta v \approx h / m ; \quad (6')$$

umentando la massa m il membro a destra tende a zero e ciò dà l'illusione che non esista un limite alla precisione di una misura. Sussiste anche una analoga relazione di incertezza tra tempo ed energia:

$$\Delta E \Delta t \geq h / 2 \pi \quad ; \quad (7)$$

la (7) dice che occorre un certo tempo per misurare con una certa precisione un'energia (cf.[20bis] a pagg. 156-164).

Una convincente trattazione è offerta in Reichenbach, [17], § 2-4. Chiamiamo $d(q)$ e $d(p)$ delle distribuzioni o densità di probabilità tali che

$$\int_{q_1}^{q_2} d(q) d(q) \quad , \quad \int_{p_1}^{p_2} d(p) d(p) \quad (8)$$

rappresentino la probabilità di trovare un valore di q fra q_1 e q_2 , oppure un valore di p fra p_1 e p_2 . Le distribuzioni di probabilità si determinano ovviamente per un insieme di misure e non per una singola misura. La distribuzione $d(q)$ vs. q , oppure $d(p)$ vs. p , è una curva di Gauss la cui ripidità è direttamente proporzionale alla precisione delle misure. Mentre nella meccanica classica le due curve si considerano indipendenti, nella meccanica quantistica le due curve si devono poter derivare, ad un certo istante t , da una stessa funzione d'onda $\psi(q)$. Ne consegue inaspettatamente che esiste una legge di *correlazione inversa* delle distribuzioni di probabilità dell'impulso e della posizione e che se è data solo la curva $d(q)$ la curva $d(p)$ non risulta determinata! ([17]). Considerazioni e risultati analoghi valgono per i parametri tempo ed energia. Nel libro di Reichenbach si va oltre le conclusioni dei fisici sopra menzionati; la prima edizione inglese è infatti del 1942 e l'autore poté inserire ulteriori dissertazioni, sue e di altri epistemologi. Così ad esempio la seguente formulazione del principio di Heisenberg : non abbiamo una conoscenza esatta degli stati fisici perchè l'osservazione disturba in *modo non prevedibile*, per Reichenbach enuncia il principio,

ma non lo dimostra. Il principio di indeterminazione non è una conseguenza logica della perturbazione dell'oggetto in osservazione, ma è il principio stesso che implica la perturbazione all'atto della misurazione ([17], §22). L'Autore informa sempre puntualmente il lettore quando si discosta dalle conclusioni dei fisici fondatori della meccanica quantistica, ma non altrettanto per tutti i fondamenti filosofici che vennero *a-posteriori*. Non si può ignorare una sua buffa preoccupazione: tutto ciò che esula dai suoi schemi gnoseologici è *metafisica* e va rigorosamente anatemizzato. Cosa intendesse il burbanzoso professore per metafisica avrebbe potuto spiegarcelo solo lui.

I risultati del triennio 1925 – 27, non solo decisero la fine dell'impiego del principio di causalità in fisica, ma portarono ad una diversa trattazione dei *fenomeni* e degli *interfenomeni*. Per quel che ci interessa possiamo classificare come fenomeni gli eventi che consistono di coincidenze tra particelle. Possiamo chiamare interfenomeni gli eventi non osservabili che " accadono" tra una coincidenza e l'altra, ad esempio il movimento di un fotone o di un elettrone dopo il passaggio attraverso una fenditura stretta.

Un tentativo di superare la dualità (corpuscoli) / (onde di probabilità) fu compiuto da Bohr col *principio di complementarità*. Questo in sostanza dice che i due modelli corpuscolare ed ondulatorio vanno considerati quali due immagini, parimenti legittime e *necessarie*, dei fenomeni della microfisica; sebbene tali immagini siano in contrasto tra loro, ognuna di esse coglie un aspetto essenziale dei dati sperimentali e non sarà mai possibile dimostrare la verità dell'una o la falsità dell'altra. Bohr enunciò inoltre il *principio di corrispondenza* secondo cui le leggi classiche sono casi limite di quelle quantistiche.

Bohr e Heisenberg introdussero però una *regola di restrizione* che ci porta a considerazioni piuttosto lontane da quelle dei due principi. La regola dice che sono ammissibili soltanto delle affermazioni intorno a grandezze misurabili (*fenomeni*) mentre sono prive di significato le affermazioni intorno a grandezze non misurate (*interfenomeni*, che non equivalgono assolutamente ai *noumenoi* kantiani). Per l'azione di eliminazione di anomalie causali da parte di

detto principio, rimandiamo a [17], § 8. In connessione con il principio restrittivo è stata introdotta una logica a tre valori: *vero*, *falso*, *indeterminato*. Le affermazioni intorno agli interferenomeni assumono il significato di indeterminate, vale a dire nè vere nè false. Con quei tre termini si può costruire una logica simbolica (*cf.* [17], § 31,32).

Altrettanto interessante e sorprendente, non solo a partire da questo periodo eccezionale, è l'applicabilità alla fisica di teorie o metodi creati per ragioni puramente matematiche senza attenzione alcuna a loro possibili applicazioni. Teoria dei gruppi, calcolo matriciale e tensoriale, algebre non commutative, spazi di Hilbert, sono capitoli della matematica sviluppati dapprima solo come tali e poi applicati in fisica, [20 *bis*], pagg. 107 – 108. Sembra quasi sussistere un'armonia prestabilita tra mente matematica e mondo fisico. Connessi a questo dato di fatto sono gli interrogativi suscitati dai valori numerici decisamente " bizzarri " assunti dalle costanti universali. Sono tali perchè in ultima analisi nella rappresentazione del mondo fisico la mente umana gioca un ruolo fondamentale? oppure perchè sono state scelte unità di misura confacenti alle misurazioni macroscopiche ? O invece le costanti di natura esistono in senso del tutto indipendente dalla nostra mente? Heisenberg e la scuola di Copenhagen non cadono però nelle posizioni di Kant. Heisenberg si considerava allievo, idealmente, di E. Mach (1838 – 1916) scienziato ed epistemologo austriaco, empiriocriticista dai molteplici interessi, che ebbe molta influenza sul Circolo di Vienna del primo dopoguerra. Un seguace di Mach deve concludere che *esiste* soltanto ciò che è osservabile cioè misurabile. Quindi se non si possono misurare simultaneamente impulso e posizione di una particella ciò significa che queste due grandezze non esistono contemporaneamente: allora altro che *tertium non datur* , non viene dato nemmeno un *secundum* ; la realtà (che roba è ?) consiste di misure e basta, *esse est mensurari*.

Negli stessi pochi anni si arrivò inoltre ad una razionale interpretazione degli spettri atomici, già conosciuti e di futura scoperta. Alla fine del 1925 G. E. Uhlenbeck e S. A. Goudsmit scoprirono che l'elettrone, avente il carattere di carica puntiforme, possiede un momento magnetico intrinseco ed un momento angolare intrinseco:

esso ruota cioè su se stesso. Il momento angolare venne battezzato *spin* e risultò essere $\frac{1}{2} (h / 2\pi)$. Scoperto lo *spin*, il principio di esclusione di Pauli³ risultò fornire un fondato *Aufbau Prinzip* per l'assegnazione degli elettroni extranucleari a precisi livelli energetici senza dovere fare assunzioni sul loro comportamento. L'importanza di questa derivazione per la spettroscopia *lato sensu* è ben nota.

Sino al 1927 tutti gli sviluppi della meccanica ondulatoria furono non-relativistici. Nel 1928 Dirac riuscì a trovare un'equazione relativistica dell'elettrone che per piccole velocità si riduce all'equazione di Schrödinger. L'equazione di Dirac è inoltre dotata di due proprietà sorprendenti: essa dà automaticamente *spin* e momento magnetico dell'elettrone, che non devono più essere postulati, e descrive il moto di particelle di massa eguale a quella dell'elettrone, ma di carica positiva, allora del tutto sconosciute. Queste particelle vennero individuate sperimentalmente già nel 1932 e furono battezzate positroni. Nello stesso 1932 Dirac fu chiamato a ricoprire la Lucasian Chair of Mathematics già ricoperta da Barrow e Newton.

Questo era più o meno lo stato dell'arte verso il 1930 con l'ottica (quantistica) ormai divenuta uno dei capitoli più importanti della fisica, e qui ci fermiamo. Non prenderemo quindi in considerazione gli sviluppi del pensiero di Heisenberg e Pauli, ad esempio, che comunque esorbiterebbero del tutto dai confini della nostra narrazione.

³ Sembra che a causa dello scorbutico Pauli l'introduzione del momento di *spin* abbia rischiato di essere posposta a tempo indeterminato. Per l'episodio, alquanto stucchevole, cf. [18 bis], pagg. 140 – 141.