Matematica dell'antica India (900 a.C. - 200)

Dopo il collasso della Civiltà della valle dell'Indo nel 1500 a.C., la scrittura scomparve dall'Asia meridionale per lungo tempo. Sono assai controverse le date nelle quali la pratica dello scrivere riemerse nell'India e in cui la scrittura Brahmi fu sviluppata.

Recenti evidenze archeologiche la datano intorno al 600 a.C., mentre alcuni studiosi propongono anche il 1000 a.C. Se le date più lontane sono corrette, forse Pitagora visitò l'India come sostenuto da alcuni storici (Florian Cajori) altrimenti la matematica indiana può aver beneficiato del contatto con il mondo greco in seguito alla invasione di Alessandro magno.

È anche possibile (come sostenuto dalla maggioranza degli studiosi) che le due tradizioni matematiche si siano sviluppate indipendentemente.

Nell'era vedica la matematica non era studiata solo per scopi scientifici, ma si incontrano esposizioni matematiche avanzate diffuse in tutto il grande corpo dei testi indiani di questo periodo.

La Yajur-Veda composta dal 900 a.C., per prima affronta il concetto di infinità numerica. Yajnavalkya (900-800 a.C. circa) calcolò il valore di π con 2 cifre decimali.

Le Sulba Sutras (800-600 a.C. circa) sono testi di geometria che usano numeri irrazionali, numeri primi, la regola del tre e radici cubiche, danno un metodo approssimato per la quadratura del cerchio, risolvono equazioni lineari ed equazioni quadratiche, determinano algebricamente terne pitagoriche e danno un enunciato e una dimostrazione numerica del teorema di Pitagora.

Inoltre viene espressa un algoritmo infinito per il calcolo di radice di 2 con cui vengono calcolate le prime 5 cifre decimali.

Pingala (IV secolo a.C.-III secolo a.C.) inventò un sistema binario, studiò quelli che in seguito verranno definiti la sequenza di Fibonacci e il triangolo di Pascal; inoltre formulò la definizione di matrice.

Tra il IV secolo a.C. ed il III secolo d.C. i matematici indiani cominciarono ad impostare i loro studi in una prospettiva unicamente speculativa.

Furono i primi a sviluppare ricerche su teoria degli insiemi, logaritmi, equazioni di terzo grado, equazioni di quarto grado, serie e successioni, permutazioni e combinazioni, estrazione di radici quadrate, potenze finite e infinite.

Il *Manoscritto Bakshali*, composto tra il III secolo a.C. ed il III secolo d.C., include soluzioni di equazioni lineari con più di cinque incognite, la soluzione di equazioni quadratiche, geometriche, sistemi di equazioni, l'uso del numero zero e i numeri negativi.

Vi si trovano anche accurati algoritmi per il calcolo di numeri irrazionali.

Storia di π

I popoli antichi spesso utilizzavano valori approssimati per esprimere il rapporto tra la circonferenza e il diametro di un cerchio.

I babilonesi invece usavano per π il valore di 25/8 (usato anche da Vitruvio) mentre nel Papiro di Rhind i dice che un cerchio con diametro 9 unità è equivalente a un quadrato di lato 8. In questo modo gli Egizi assumevano il valore di (16/9)^2. Nell'Antico Testamento si dice in modo non esplicito che π = 3. Si trova infatti scritto:

> **«** Egli fece il mare come una gran vasca di bronzo fuso, dieci cubiti da una sponda all'altra: era perfettamente circolare. La sua altezza era cinque cubiti e una linea di trenta cubiti misurava la sua circonferenza **»**

Nel medioevo in India Brahmagupta utilizza il valore $\sqrt{10}$ mentre in Cina Zu Chongzhi utilizza 355/113 valore che si discosta meno di 3 milionesimi dal valore corretto.

Il primo ad approssimare scientificamente pi greco fu Archimede di Siracusa che nel III secolo a.C. utilizzò poligoni regolari inscritti e circoscritti a una circonferenza. Aumentando il numero di lati il rapporto tra il perimetro e l'area limita superiormente e inferiormente π (vedi anche metodo di esaustione).

Utilizzando poligoni di 96 lati lo scienziato greco scoprì che 223/71 < π < 22/7.

Il metodo di Archimede verrà applicato fino all'epoca moderna. Nel 1610 Ludolph van Ceulen calcola le prime 35 cifre decimali di π utilizzando poligoni con più di 2 miliardi di lati.

Ceulen, fiero di questo risultato, lo farà scrivere sulla sua tomba.

Sempre nell'epoca moderna vengono trovate importanti espressioni infinite:

Formula di Viète,: $$2\frac{2}{\sqrt{2}}\frac{2}{\sqrt{2+\sqrt{2}}}\frac{2}{\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2}}}}\cdots=\pi$$

Formula di Leibniz: $$\frac{1}{1}-\frac{1}{3}+\frac{1}{5}-\frac{1}{7}+\frac{1}{9}-\cdots=\frac{\pi}{4}$$

Prodotto di Wallis: $$\prod_{n=1}^{\infty}\frac{(2n)(2n)}{(2n-1)(2n+1)}=\frac{2}{1}\cdot\frac{2}{3}\cdot\frac{4}{3}\cdot\frac{4}{5}\cdot\frac{6}{5}\cdot\frac{6}{7}\cdot\frac{8}{7}\cdot\frac{8}{9}\cdots=\frac{\pi}{2}$$

Nel XVIII secolo Eulero, risolvendo il problema di Basilea trovò un'altra elegante serie:

$$\frac{1}{1^2}+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{3^2}+\frac{1}{4^2}+\cdots=\frac{\pi^2}{6}$$

Sempre al matematico svizzero è dovuta l'identità di Eulero, talvolta considerata la formula più bella di tutta la matematica, che collega π ad altre importanti costanti matematiche tra cui e e i:

$$e^{i\pi} = -1$$

Eulero rese inoltre popolare il simbolo π, introdotto da William Jones.

Queste formule, pur essendo di scarsa o nulla utilità nel calcolo della costante matematica, hanno un importante valore estetico e rivelano collegamenti inaspettati tra varie branche della matematica.

Restava ancora in sospeso la questione della natura di π: Johann Heinrich Lambert dimostrò nel 1761 che si trattava di un numero irrazionale (si dimostrava che l'arcotangente di un qualsiasi numero razionale è irrazionale).

Si veda anche dimostrazione della irrazionalità di π. Adrien-Marie Legendre dimostrò nel 1794 l'irrazionalità di π^2. Bisognerà tuttavia aspettare fino al 1882 perché Ferdinand von Lindemann dimostri che π è un numero trascendente, ossia non è radice di nessun polinomio a coefficienti razionali.

Quest'ultimo fatto dimostrava inequivocabilmente che la quadratura del cerchio tramite riga e compasso è impossibile.

Nel 1897 il matematico dilettante J. Goodwin propose nello stato dell'Indiana un incredibile disegno di legge volto a rendere possibile la quadratura del cerchio tramite il cambiamento del valore di pi greco (!).

Il disegno prevedeva l'introduzione di una *"nuova verità matematica"* giacché *"la regola ora in uso ... non funziona"* ed *"è opportuno che essa venga rifiutata come insufficiente e ingannevole per le applicazioni pratiche."*.

La balorda proposta di legge fu incredibilmente approvata all'unanimità dai 67 membri della Commissione per l'educazione. La proposta di legge fu affondato solo dopo il parere negativo del matematico Clarence Waldo, presente casualmente in Senato.

Attualmente si conoscono 1 241 100 000 000 cifre di π.